

# Введение в линейное программирование

[Введение в линейное программирование](#)

[Задача о фермере:](#)

[Решение с помощью lp\\_solve](#)

[Упражнения: что происходит при изменении параметров задачи](#)

## Задача о фермере:

Начнем с примера. У деревенского хозяйства 75 гектаров земли.

Им надо решить в каком количестве сеять пшеницу и ячмень.

Известна стоимость обработки 1 гектара поля (семена, удобрения, уход) для пшеницы: 120\$, для ячменя - 210\$.

У Вас в распоряжении 15000\$.

Собранный урожай хранится на складе. Ёмкость склада - 4000 ящиков.

С одного гектара можно получить 110 ящиков пшеницы или 30 ящиков ячменя

При продаже каждого ящика доход, с учётом всех затрат,

для пшеницы: 1.30\$, а для ячменя: 2.00\$.

Как обеспечить максимальный доход?

Постараемся ввести удобные обозначения.

Что выращиваем	Урожай с 1 га	Стоимость производства, 1 га	Доход с продажи 1 ящика	Площадь посевов, га
Пшеница	110 ящиков	120 \$	1.30 \$	x
Ячмень	30 ящиков	210 \$	2.00 \$	y

Обозначим x количество гектаров, выделенных на пшеницу, а через y - на ячмень.

Доход равен

$$P = 110 * 1.30\$ * x + 30 * 2.00\$ * y = 143 x + 60 y.$$

В условии заданы три ограничения:

Стоимость

$$\text{производства: } 120x + 210y \leq 15000$$

$$\text{Площадь поля: } x + y \leq 75$$

Объём склада:  $110x + 30y \leq 4000$

Ещё два ограничения: неотрицательность площади посевов  $x$  и  $y$ :

$$x \geq 0;$$

$$y \geq 0.$$

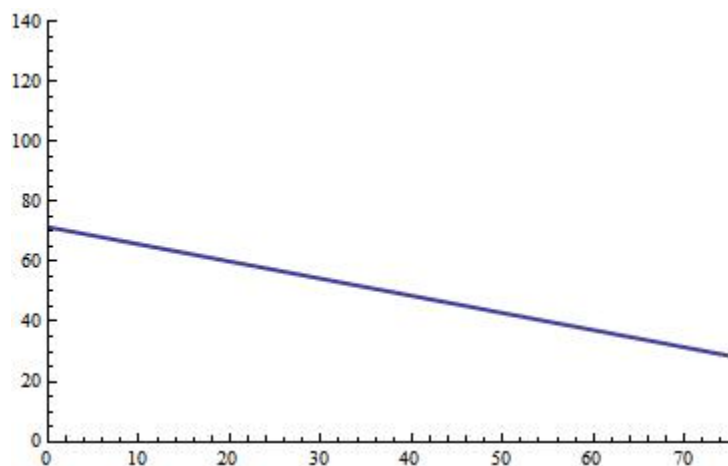
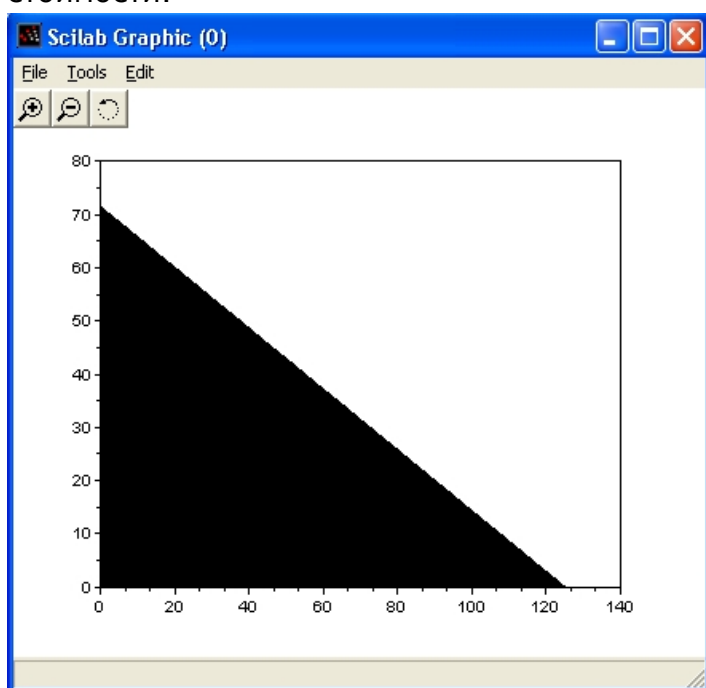
Решаем задачу графически.

Закрасим область, ограниченную условием

Стоимость

производства:  $120x + 210y \leq 15000$

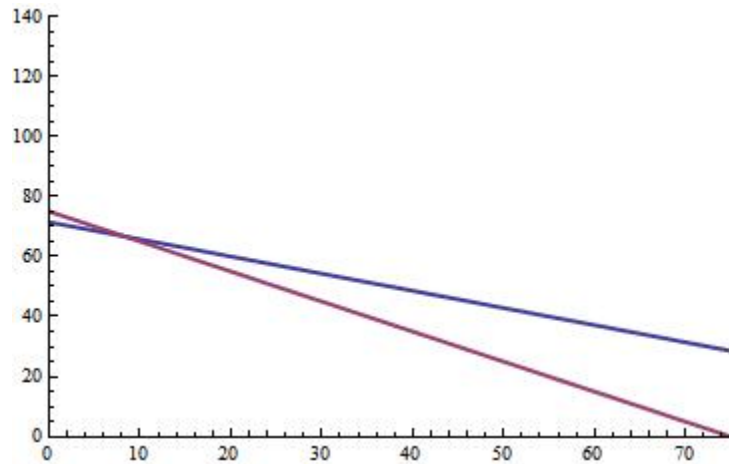
Каждая закрашенная точка изображает площадь посевов, допустимую по стоимости.



Теперь изобразим область, удовлетворяющую ограничениям по стоимости и площади поля:

Стоимость:  $120x + 210y \leq 15000$

Площадь поля:  $x + y \leq 75$



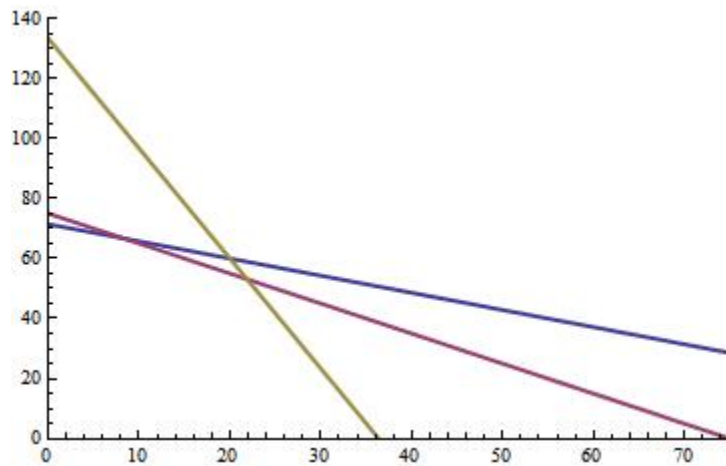
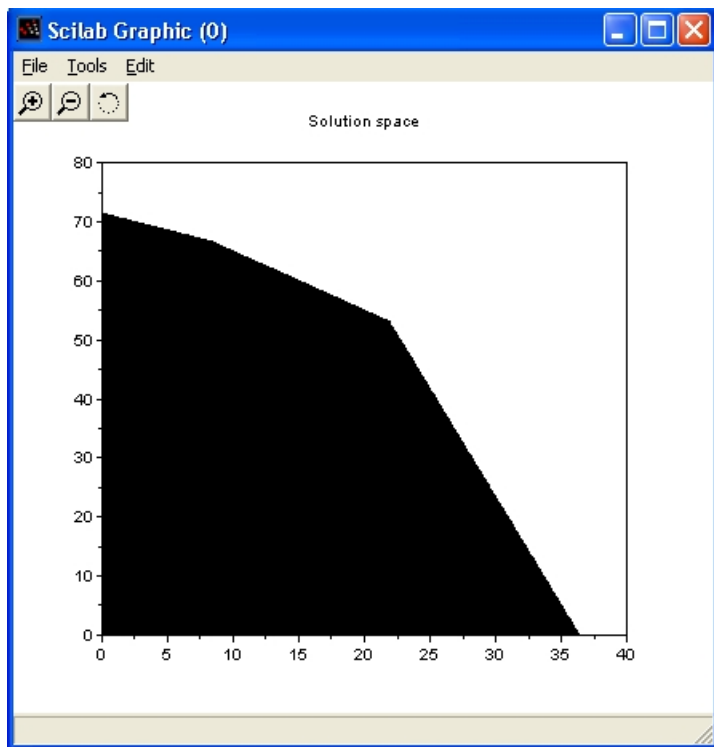
Теперь изобразим область, удовлетворяющую всем ограничениям: площадь поля, бюджет, возможность хранения.

Стоимость

производства:  $120x + 210y \leq 15000$

Площадь поля:  $x + y \leq 75$

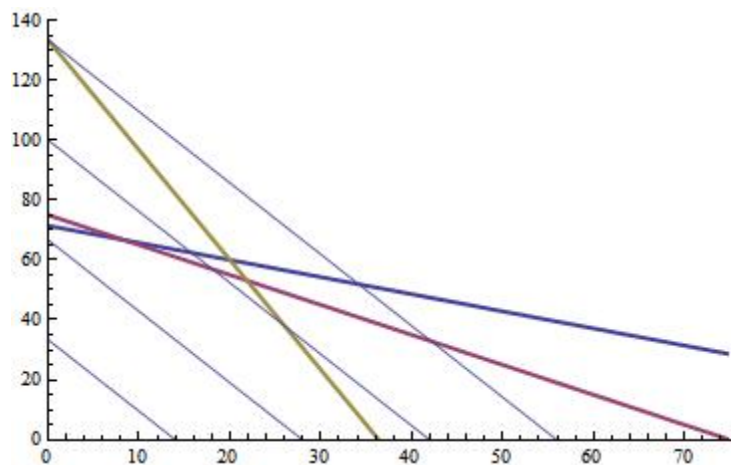
Объём склада:  $110x + 30y \leq 4000$



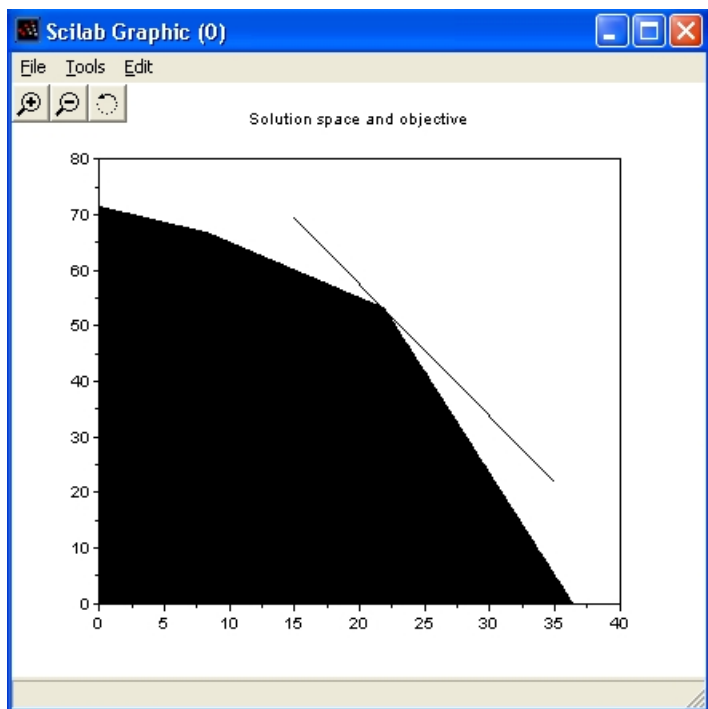
Заштрихуем допустимую область и нарисуем поверх неё график функции:  
 $\text{Доход} = 143x + 60y$

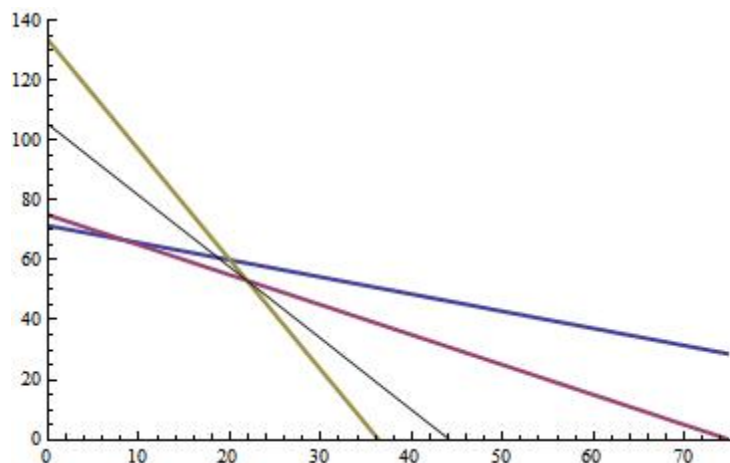
При разных доходах получатся разные графики. На рисунке - 2000, 4000, 6000, 8000.

Отметьте графики с низким и с высоким доходом.  
 Какой доход возможно получить в этих условиях?



Чем интересен график изображённый на рисунке?





Найдите ответ графически.

Пшеница  $x = \dots$

Ячмень  $y = \dots$

### Решение с помощью lp\_solve

Описываем задачу в формате LP  
и сохраняем файл prob2.lp

```
/* Objective function: maximize */
max: 143 x + 60 y;
```

```
/* Constraints */
Cost: +120 x +210 y <= 15000;
Area: +x +y <= 75;
Storage: +110 x +30 y <= 4000;
```

В командной строке cmd

набираем

```
lp_solve -S3 prob2.lp
```

Результат

```
Value of objective function: 6315.62500000
```

```
Actual values of the variables:
```

```
x 21.875
```

```
y 53.125
```

```
Actual values of the constraints:
```

Cost	13781.2
Area	75
Storage	4000

### Упражнения: что происходит при изменении параметров задачи

1) Изучите, как зависит оптимально решение от ёмкости склада.  
Решите задачу при разных ёмкостях склада.  
Объясните результаты.

2) Пусть есть возможность взять кредит.

На что его имеет смысл потратить:

- \* текущие расходы производства ?
- \* расширение поля ?
- \* расширение склада ?

3) Как изменится решение и ответ, если появятся дополнительные ограничения:

- \* доступность семян:  $x < \dots$  и  $y < \dots$  ;  
в каком случае это ограничение существенно?
- \* личные предпочтения:  $x > 1.5 y$  ?
- \* обязательства по поставкам :  $x > \dots$  и  $y > \dots$

4) Как изменится решение, если появится возможность использовать новую культуру?

Что выращиваем	Урожай с 1 га	Стоимость производства, 1 га	Доход с продажи 1 ящика	Площадь посевов, га
Пшеница	110 ящиков	120 \$	1.30 \$	x
Ячмень	30 ящиков	210 \$	2.00 \$	y
Кукуруза	125 ящиков	150.75 \$	1.56 \$	z

