

# ПРИРОДА

№ 7 - 1999 г.

А.Л. Попов, Г.Н. Чернышев

## Эффекты локализации упругих волн в теории и на практике

© Природа

*Использование или распространение этого материала  
в коммерческих целях  
возможно лишь с разрешения редакции*



Образовательный сетевой выпуск  
**VIVOS VOCO! - ЗОВУ ЖИВЫХ!**

<http://www.accessnet.ru/vivovoco>



# Эффекты локализации упругих волн в теории и на практике

А. Л. Попов, Г. Н. Чернышев

*Александр Леонидович Попов, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории упругих тел Института проблем механики РАН. Область научных интересов — акустика, упругие свойства твердых тел.*

*Герман Николаевич Чернышев, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий той же лабораторией. Занимается исследованиями в области теории прочности, акустики.*

**В** РЯД ли надо напоминать, что с распространением упругих волн в среде каждый человек сталкивается постоянно: звуки окружают нас повсюду. Аналитическое рассмотрение простых волновых задач восходит еще к XVIII в., однако некоторые, причем весьма важные, особенности поведения волн в более сложных системах удастся теоретически обосновать только сейчас.

ОГЛЯДЫВАЯСЬ НАЗАД

Одним из поразительных явлений, связанных с распространением звука, назвал Дж. Релей эффект геометрической локализации акустических волн в форме «шепчущей галереи». Находясь в круговой галерее цоколя купола собора св. Павла, он убедился в необычной четкости, с которой был слышен шепот человека как в диаметрально противоположном месте, так и в любом другом вблизи стены галереи. Звуковые волны как бы «прилипали» к стене, не рассеиваясь внутрь купола.

Подобным свойством обладает и знаменитая кольцевая Стена возвращающихся звуков в храме Неба в Пекине диаметром 250 м, построенная в XV в., похоже, специально для демонстрации этого явления. С позиции геометрической локализации волн могут быть объяснены многие процессы в природе и технике: скин-эффект в проводниках электрического тока, слабое затухание сейсмических волн вдоль поверхности Земли, возникновение вибраций отдельных участков изогнутых решетчатых антенн радиотелескопов при спокойном состоянии остальных, распрос-

транение звука по руслу реки в тихий вечер и др.

В послевоенные годы, когда были развернуты широкие исследования в области сверхдальнего приема радиоволн и радиолокации, математики и физики (А.А.Дородницын, В.А.Фок и др.) обратили внимание на то, что в *однородной* среде могут формироваться волновые поля с *неоднородной* структурой. При определенных сочетаниях параметров волновых полей и среды они локализовывались в узких полосах вблизи некоторых линий или границ этой среды. За пределами таких полос волновые поля быстро затухали. В 60–70-е годы были получены аналитические выражения для описания подобных волн в рамках точных постановок соответствующих задач математической физики<sup>1</sup>. Был введен термин «каустика» для границ областей, в которых локализуется колебания. Тогда же появляются первые работы, посвященные локализации вибраций в тонкостенных упругих оболочках<sup>2</sup>. В них для обозначения границ между колеблющимися и «спокойными» областями используется термин «переходные линии», утвердившийся среди механиков.

Вопросы локализации волн в отдельно взятых областях – акустической среде или в оболочке – при заданных граничных условиях были достаточно серьезно проработаны. Однако до последнего времени отсутствовала полная картина этого эффекта при гранично-контактном волновом взаимодействии. И если в естественных с точки зрения предыдущего опыта случаях, например при колебаниях акустической среды у вогнутой поверхности упругой оболочки, локализация волн обнаруживалась<sup>3</sup>, то возможность возникновения переходных линий и поверхностей с наружной стороны выпуклой оболочки не прини-

малась во внимание. Устранение этих пробелов явилось предметом исследований авторов статьи и их коллег<sup>4</sup>.

#### НОВЫЙ ПОДХОД

До сих пор мы говорили о *раздельных* задачах. При построении же математической модели *совместных* колебаний таких разнородных по своим упругим характеристикам сред, как упругая оболочка и жидкость или газ, основная трудность состоит в том, что нужно согласовать решения трехмерного волнового уравнения для акустической среды с граничными условиями. Эти условия сами представляют собой в общем случае систему дифференциальных уравнений восьмого порядка с переменными коэффициентами. В совместной задаче возникают также дополнительные проблемы с разделением переменных, при упрощенном подходе к которым может «потеряться» эффект локализации волн и т.д.

Решение было найдено, когда согласовали отдельные интегралы уравнений колебаний акустической среды и оболочки. По отношению к оболочке это означало, что для каждой из составляющих ее сложного колебательного движения – быстрой и медленной осциллирующей и краевых эффектов – рассматривались присущие только этой компоненте характеристики затухания акустического давления вглубь среды. Тем самым задача как бы разбивалась на части: составляющие колебаний оболочки учитывались в общем решении со «своими» присоединенными массами жидкости, зависящими от геометрии оболочки и частоты колебаний. Это позволило получить решение объединенной задачи практически на уровне сложности отдельной задачи о колебаниях оболочки в вакууме, но с другой массой, найденной из предварительного анализа. Чтобы выявить эффект локализации волн, соответствующие решения описывались при помощи специальных

<sup>1</sup> Бабич В.М., Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М., 1972.

<sup>2</sup> Гольденвейзер А.Л., Лидский В.Б., Товстик П.Е. Свободные колебания тонких упругих оболочек. М., 1979.

<sup>3</sup> Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. Л., 1989.

<sup>4</sup> Попов А.Л., Чернышев Г.Н. Механика звукоизлучения пластин и оболочек. М., 1994.

функций Эйри, экспоненциально меняющихся при одних значениях их аргументов и осциллирующих при других.

Замечательно, что переходные линии на оболочке и переходные поверхности в среде обнаруживались уже на первой стадии решения общей задачи из условий совместности уравнений колебаний оболочки и среды. Конечно, в математическом плане это давало лишь качественные характеристики колебаний и звукоизлучения оболочек. Однако зачастую их анализ позволял сделать важные выводы еще до решения задачи в целом.

Таким образом были исследованы различные варианты образования областей локализации колебаний в акустической среде, примыкающей к цилиндрической, сферической и эллипсоидальной оболочкам, и на самих оболочках. При этом проявились некоторые общие закономерности в том, как располагаются и изменяются очертания переходных поверхностей при изменении частот колебаний, их типа (осесимметричных и неосесимметричных), степени вытянутости и искривленности оболочек и прочих факторов. Удалось установить связь между расположением и формой переходных поверхностей, с одной стороны, и направленностью звукоизлучения и акустическим демпфированием колебаний — с другой.

КАК КОЛЕБЛЕТСЯ  
И ИЗЛУЧАЕТ ЗВУК ЭЛЛИпсоИД

Упомянутая связь проиллюстрирована на рисунках, где изображены типичные картины расположения внешних переходных поверхностей при осесимметричных (рис.1) и неосесимметричных (рис.2) колебаниях. Эти колебания совершает в воде стальная оболочка в виде эллипсоида вращения (отношение радиуса экватора к большой полуоси 1:2.5). Так как картина симметрична, изображены только четверти продольных сечений оболочки и среды.

При осесимметричных колебаниях точки поперечного сечения оболочки в деформированном и недеформирован-

ном состояниях находятся на коаксиальных окружностях, а волна бежит вдоль дуги меридиана. Переходная поверхность представляет собой овалويد<sup>5</sup> вращения, охватывающий оболочку без пересечения с ней. В экваториальной области она отдалена от оболочки на существенно большее расстояние, чем в полусных областях.

Из анализа картины расположения переходных поверхностей (рис.1, вверху) и диаграммы направленности излучения (рис.1, внизу) следует, что при осесимметричных резонансных колебаниях сильнее всего излучают звук полусные области оболочки. С уменьшением частоты колебаний и (или) увеличением вытянутости оболочки контраст между излучением от полусов и от экваториальной области усиливается. С ростом частоты происходит некоторое выравнивание интенсивности излучения от отдельных участков оболочки.

При неосесимметричных колебаниях оболочки (рис.2, вверху) волны бегут как вдоль дуги меридиана, так и по окружности ее поперечного сечения. При этом наряду с овалоидной переходной поверхностью, расположение которой в районе экватора мало отличается от осесимметричного случая, возникает переходная поверхность второго рода (тонкая сплошная линия на рис.2, вверху). Эта поверхность представляет собой двухполостной гиперболоид вращения, пересекающий оболочку по переходным линиям. Она создает своего рода невидимый барьер на пути распространения меридиональных вибраций по оболочке и звука в примыкающем слое жидкости. Полюса оболочки изолируются от проникновения к ним вибраций, а в полостях гиперболоида образуются зоны звуковой тени. С ростом числа волн по окружности полости гиперболоида расширяются. Напротив, если частота колебаний при фиксированном числе таких волн увеличивается (за счет увеличения числа волн вдоль меридиана), то полости

<sup>5</sup> Овалويد — замкнутая гладкая поверхность более общего очертания, чем эллипсоид.

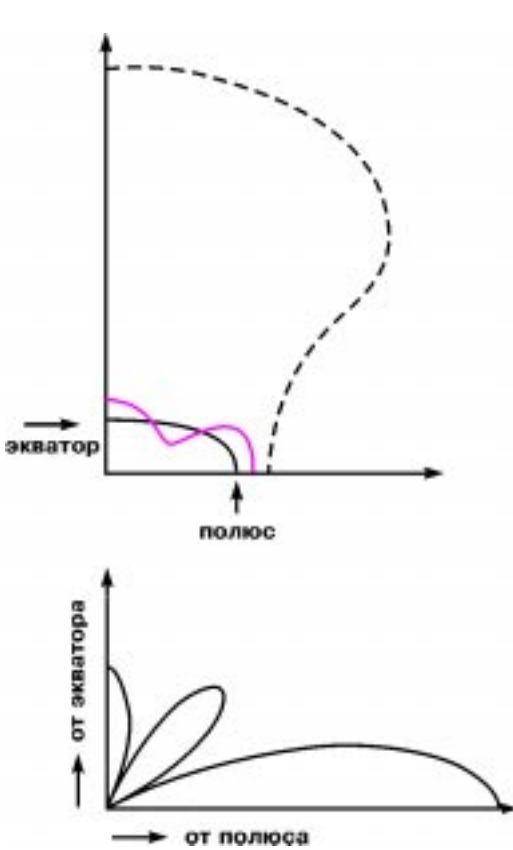


Рис.1. Осесимметричные колебания оболочки. Вверху — сплошная линия изображает неподвижную оболочку (ввиду симметрии картины дана 1/4 продольного сечения); цветная линия показывает форму колеблющейся оболочки в некоторый момент времени. Штриховая линия — внешняя переходная поверхность, отвечающая этой форме колебаний. Внизу — диаграмма направленности излучения. Кривые показывают пространственное распределение интенсивности излучения: интенсивность в заданном направлении пропорциональна длине соответствующего радиус-вектора точки кривой.

сжимаются и околополюсные области квазистатического состояния сужаются.

Есть отличия и в диаграмме направленности излучения звука от оболочки при осесимметричных (рис.1, внизу) и неосесимметричных (рис.2, внизу) колебаниях. Так, в неосесимметричном случае полюсы оболочки и среды оказываются полностью изолированными от

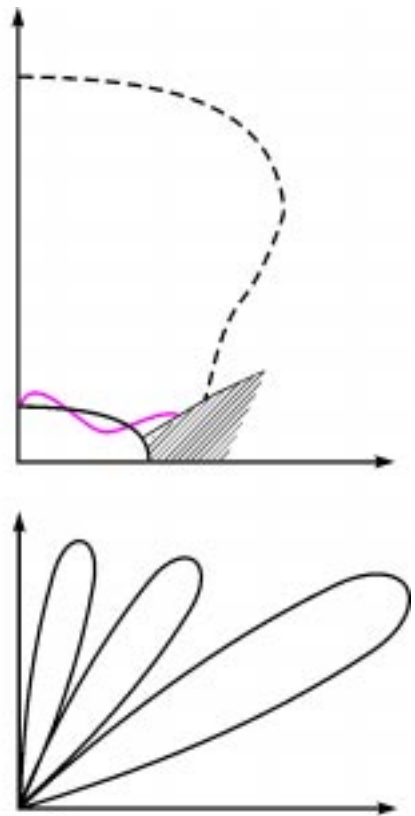
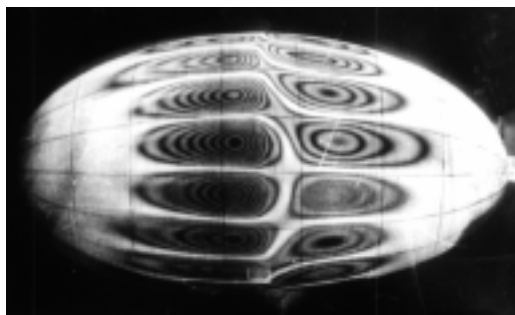
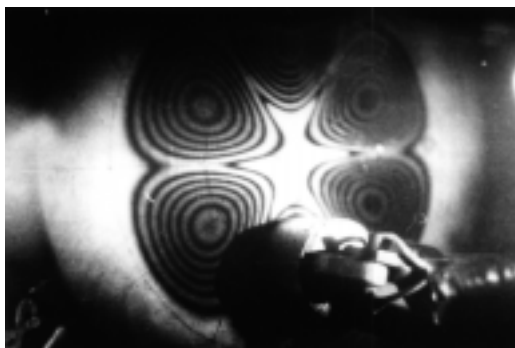


Рис.2. Неосесимметричные колебания оболочки. Вверху — обозначения те же, что на рис.1. Заштрихована зона тени, где излучение отсутствует. Внизу — диаграмма направленности излучения.

колебаний, а звук излучается сильнее всего вдоль касательных к гиперболоиду. Это согласуется с представлениями о том, что между интенсивностью звукоизлучения отдельных участков оболочки и расстоянием от них до овалоидной переходной поверхности есть связь (в местах пересечения овалоидной и гиперболоидной переходных поверхностей это расстояние минимально).

Как выяснилось, характер акустического поля снаружи выпуклой оболочки иной, чем у вогнутой. В то время как с внутренней стороны образуется «шепчущая галерея», внешняя переходная



**Рис.3. Интерференционные картины резонансных колебаний: вверху — для круглой пластины; внизу — для оболочки в виде эллипсоида вращения.**

поверхность отделяет ближнюю невольную зону (в которой акустическое давление интенсивно затухает по типу поверхностной волны Релея) от дальней зоны (где оно, перестроившись, спадает с расстоянием значительно медленнее). Чем дальше переходная поверхность отстоит от оболочки, тем в большей степени успевает ослабнуть звук, прежде чем произойдет подобное преобразование. В результате по расстоянию от выбранного участка оболочки до внешней переходной поверхности можно судить о его излучательной способности, особенно при резонансных колебаниях, когда способ возбуждения становится второстепенным фактором.

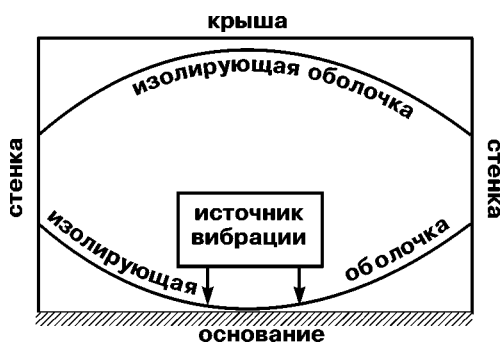
Резонансные колебания объектов, при которых образуются области локализации, можно «увидеть» экспериментально. На рис.3 показаны примеры такой визуализации для круглой пластины и оболочки в виде эллипсоида враще-

ния. Эти картины получены И.И.Пономаревым на лабораторном стенде методом измерения перемещений, основанном на голографической интерферометрии. Темные и светлые линии соответствуют линиям с одинаковыми в пространстве, но переменными во времени перемещениями оболочки и пластины. Они характеризуют форму стоячей волны подобно линиям уровня на топографической карте. Видно, что околополюсные зоны эллипсоида и центральная часть круглой пластины практически не вибрируют, а экваториальная часть оболочки и приграничная область пластины интенсивно колеблются.

#### ОТ ТЕОРИИ К ПРАКТИКЕ

Теоретический и экспериментальный анализ этих явлений представляет не только академический, но и практический интерес. Прежде всего можно использовать свойства переходных поверхностей с целью придать оболочке такую форму, чтобы в зависимости от ее ориентации создавать зоны полной звуковой тени в определенных областях пространства, локализуя в то же время энергию излучения в заданных направлениях. Это может пригодиться при конструировании корпусов рыбооловецких траулера, создании новых типов излучателей звука, для маскировки его источников, в звукоизоляции и т.д. Дополнительную звукоизоляцию способен обеспечить упругий оболочечный экран, иногда даже очень простой, например цилиндрической, формы. При правильном выборе размеров и материала большая часть звуковых волн, падающих на оболочку от внутреннего источника, снаружи оболочки преобразуется в почти неизлучающие поверхностные волны.

Локализация колебаний открывает путь к созданию виброизолирующих фундаментов совершенно нового типа. В них собственно фундамент отделен от внутреннего виброисточника оболочкой вращения со специально спрофилированной дугой меридиана. Суть здесь состоит в том, что при подходящей форме оболочки колебания ее будут



**Рис.4. Схема акустической изоляции виброисточника. Вне корпуса устройства вибрация практически отсутствует.**

неосесимметричными и, как говорилось выше, на поверхности образуются переходные линии, не пропускающие вибрации к полюсным областям – вибрации как бы запираются внутри оболочки и не выходят наружу. Если подсоединить источник нежелательных вибраций к области между переходными линиями, а объект, который нужно виброизолировать, – к областям оболочки, куда вибрации не распространяются, можно решить в принципе проблему виброизоляции на определенных частотах. Таких частот, кстати, у оболочки теоретически бесконечно много и находятся они в низшем, наиболее легко возбудимом диапазоне спектра. Это позволяет создать однокаскадную многочастотную виброизолирующую систему – оболочечный фундамент.

На рис.4 показана принципиальная схема такого фундамента с разделяющей оболочкой в виде эллипсоида вращения в помещении, где пол, потолок и стены должны быть виброизолированы от источника колебаний. Идея подобного, но более простого фундамента на базе круглой пластины прошла экспериментальную проверку и запатентована<sup>6</sup>.

Использование локализации вибраций в оболочечных, пластинчатых и других виброзвукоизолирующих устройствах, созданных на их основе, имеет достаточно широкие перспективы: на транспорте – виброизоляция сидений, приборных досок и рычагов управления водителей, пассажирских салонов; на производстве – виброизоляция высокоточных станков, энергетического оборудования; в жилых помещениях – изоляция от агрегатов бытовой техники (холодильники, стиральные машины и т.д.); на автомагистралях – звукоизолирующие экраны, словом, везде, где требуется эффективная и экономичная защита от вибраций и шума.

**Работа выполнялась при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 94-01-00997, 98-01-00964).**

<sup>6</sup> Инфимовская А.А., Пономарев И.И., Попов А.Л., Чернышев Г.Н. Виброизолирующая опора // Патент SU 1808054 АЗ. Бюл. № 13.