Российский государственный университет
нефти и газа им.И.М.Губкина

Учебно-научный центр
довузовской подготовки

Центр дистанционного обучения

Кафедра физики

А.Черноуцан

профессор кафедры физики
заместитель главного редактора журнала « КВАНТ»

ФИЗИКА

Учебно-справочное пособие

для старшеклассников и абитуриентов

Оглавление

Глава 4. **Колебания и волны**

§ 1. Механические колебания и волны

▶ **Гармонические колебания.** *Механические колебания* — это движения тела, которые полностью или почти полностью повторяются через равные промежутки времени. *Гармоническими* называются колебания, при которых координата (смещение) тела x изменяется во времени по закону синуса или косинуса:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0), \tag{1}$$

где величина A называется *амплитудой*, аргумент косинуса $\varphi = \omega t + \varphi_0$ — *фазой*, а ω — *циклической частотой* колебаний (измеряется в $с^{-1}$). Величину φ_0 называют *начальной фазой*, она соответствует начальному моменту времени $t = 0$. При изменении фазы на 2π колебания повторяются. Величина $T = 2\pi/\omega$ называется *периодом колебаний*. Обратная величина

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

называется *частотой* колебаний. В СИ частоту выражают в *герцах*; 1 Гц соответствует одному циклу колебаний в секунду. Проекция точки, равномерно движущейся по окружности, на ось, проходящую через центр окружности, совершает гармонические колебания.

▶ **Кинематика гармонических колебаний.** Изучением свойств гармонических колебаний без выяснения их конкретной физической природы занимается *кинематика* гармонических колебаний. К основным соотношениям кинематики относятся формулы для скорости и ускорения точки, которые мы получим, вычислив первую, а затем вторую производную $x(t)$

$$v(t) = x'(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0), \\ a(t) = v'(t) = x''(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0) \tag{2}$$

Видно, что *амплитуды колебаний скорости и ускорения* равны

$$v_{\max} = \omega A, \ a_{\max} = \omega^2 A. \tag{3}$$

Рассмотрим два примера на кинематику гармонических колебаний.

Пример 1. Предположим, что нам известны начальные условия, т.е. скорость v_0 и положение x_0 точки в начальный момент времени (при $t = 0$), а также циклическая частота колебаний ω (частота гармонических колебаний определяется физической природой системы и от начальных условий не зависит). Найдем амплитуду и начальную фазу колебаний. Подставляя $t = 0$ в выражения для смещения (1) и для скорости (2), получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi_0, \\ v_0 = -\omega A \sin\varphi_0. \end{cases} \tag{4}$$

Разделим второе уравнение на ω, после чего возведем оба уравнения в квадрат и сложим. Из полученного уравнения выражаем амплитуду: $A = \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega)^2}$. Чтобы найти начальную фазу, разделим уравнения друг на друга. Получим: $\mathrm{tg}\varphi_0 = -v_0/\omega x_0$. Окончательный выбор квадранта, из которого надо взять φ_0, определяется знаками x_0 и v_0 в уравнениях (4). Отметим два самых распространенных случая (ответ для которых ясен и без уравнений): а) тело отводят в крайнее положение и отпускают ($x_0 = A$, $v_0 = 0$, $x = A\cos\omega t$); б) телу в положении равновесия ($x = 0$) сообщают начальную скорость v_0 в положительном направлении ($x = A\sin\omega t$).

Пример 2. Рассмотрим тело, совершающее гармонические колебания с периодом T. Выясним, какое время затрачивается на прохождение различных участков пути: а) от центральной точки ($x = 0$) до крайней ($x = A$); б) на первую половину этого участка (до $x = A/2$); в) на вторую половину этого участка. Время будем отсчитывать от момента прохождения центральной точки, т.е. будем использовать закон движения в форме синуса: $x = A\sin\omega t$ ($\omega = 2\pi/T$). В пункте а) надо решить уравнение $A = A\sin\omega t_1$, наименьший положительный корень которого $t_1 = \pi/2\omega$ приводит к очевидному ответу $t_1 = T/4$. В пункте б) получаем уравнение $A\sin\omega t_2 = A/2$, откуда находим $t_2 = T/12$, что в три раза меньше, чем t_1. В случае в) получаем $t_3 = T/6 = 2t_2$ (при малом смещении x скорость больше, чем при большом).

▶ **Уравнение гармонических колебаний.** Из уравнений (1) и (2) видно, что ускорение точки при гармонических колебаниях изменяется со временем так же, как смещение, и в каждый момент времени они связаны соотношением

$$x'' = -\omega^2 x. \tag{5}$$

Это уравнение выполняется для любых гармонических колебаний, независимо от их природы, и называется *уравнением гармонических колебаний*. Для изучения колебаний конкретных физических систем важно, что выполняется и обратное утверждение: если какой-нибудь параметр физической системы подчиняется уравнению (5), то он изменяется со временем по закону (1). (На математическом языке — функция (1) является общим решением уравнения (5).) Два свободных параметра (A и φ_0) в (1), не входящие в уравнение (5), определяются из начальных условий (см. Пример 1).

Перейдем к рассмотрению конкретных физических систем.

▶ **Собственные колебания.** Колебания, происходящие в системе в отсутствие внешних периодических сил, называют *собственными* колебаниями. Собственные колебания, происходящие без потерь энергии (в консервативной системе), называют *свободными*. Чтобы собственные колебания были возможны, сила, возникающая при смещении из положения равновесия, должна действовать в сторону точки равновесия (ее иногда называют *возвращающей* силой). Это значит, что свободные колебания происходят около положения *устойчивого* равновесия.

Пример 3. *Колебания груза на пружине.* Рассмотрим тело массой m, находящееся на гладкой горизонтальной поверхности и соединенное со стенкой пружиной жесткостью k (рис. 66). Ускорение сообщается телу силой упругости $F_x = -kx$. Поэтому второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось имеет вид

$$mx'' = -kx, \quad \text{или} \quad x'' = -\frac{k}{m}x. \tag{6}$$

Сравнивая с уравнением гармонических колебаний (5), видим, что груз на пружине совершает гармонические колебания с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \text{т.е.} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{7}$$

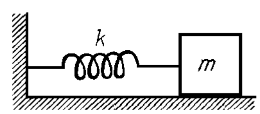

Рис. 66

Замечание. Если рассмотреть *вертикальные* колебания груза на пружине, то на первый взгляд уравнение движения груза (второй закон Ньютона) $my'' = -ky + mg$ не похоже на уравнение гармонических колебаний. Причина состоит в том, что в этом уравнении координата y отсчитывается не от положения равновесия, а от положения нерастянутой пружины. В положении равновесия сумма сил равна нулю: $ky_0 = mg$, а при небольшом смещении на x от этого положения сила тяжести не меняется, а сила упругости изменяется на $(-kx)$, т.е. второй закон Ньютона для координаты $x = y - y_0$ принимает вид $mx'' = -kx$.

Пример 4. Если поплавок массой m и площадью поперечного сечения S, плавающий в жидкости плотностью ρ, вывести из равновесия, он будет совершать гармонические колебания. В этом легко убедиться, заметив, что при изменении глубины погружения поплавка на небольшую величину x сила Архимеда изменяется на $(-\rho g S x)$, т.е. возникает возвращающая сила, равная силе упругости пружины жесткостью $k = \rho g S$. Поэтому (см. (7)) период собственных колебаний поплавка равен $T = 2\pi\sqrt{m/(\rho g S)}$.

Пример 5. *Математический маятник* — это материальная точка, подвешенная на нерастяжимой нити длиной l (рис. 67). Пусть

$x = l\alpha$ — длина дуги, пройденной точкой от положения равновесия. В этот момент проекция силы тяжести на касательное направление равна

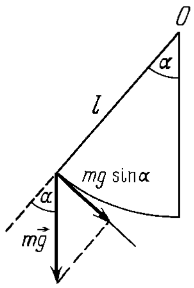

Рис. 67

$$F_x = -mg\sin\alpha = -mg\sin\frac{x}{l}.$$

Если x мало по сравнению с l, то $\sin(x/l) \approx x/l$, и возвращающая сила оказывается равной силе упругости пружины жесткостью $k = mg/l$. Отсюда (см. (7)) $\omega = \sqrt{g/l}$ и период T малых колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

не зависит от массы m.

Рассмотренные примеры подводят к предположению, что собственные колебания, возникающие при малом отклонении тела от положения устойчивого равновесия, аналогичны колебаниям тела на некоторой воображаемой пружине, т.е. *являются гармоническими*. Действительно, любую возвращающую силу $F_x(x)$ (см. рис. 68) можно в малой окрестности точки $x = 0$ заменить отрезком прямой, касательной к графику $F_x(x)$, т.е. представить в виде $F_x = -kx$. Поэтому возвращающую силу при малом смещении x называют *квазиупругой* (т.е. почти упругой) силой, а k — *эффективной жесткостью* данной системы около положения (устойчивого) равновесия. Следовательно, *малые* колебания любой системы происходят по закону гармонических колебаний (1) с частотой (7). Именно в связи с «универсальностью» гармонических колебаний им уделяется столь большое внимание.

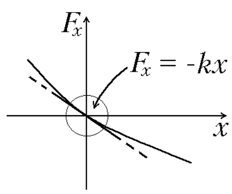

Рис. 68

Отметим одно из замечательных свойств гармонических колебаний: их частота и период не зависят от амплитуды. Именно поэтому можно говорить о частоте малых колебаний как характеристике системы, не оговаривая, о какой амплитуде идет речь. К этому свойству так привыкли, что оно кажется вполне очевидным. Однако если рассмотреть малые колебания в системе, где возвращающая сила пропорциональна кубу смещения: $F_x = -\gamma x^3$, то период таких «мягких» колебаний окажется обратно пропорциональным амплитуде. (Такие колебания возникнут, если к середине длинной *нерастянутой* пружины, концы которой закреплены на гладкой горизонтальной плоскости, прикрепить грузик и сообщить ему небольшую горизонтальную скорость в перпендикулярном пружине направлении.) Убедимся в этом из соображений размерности. Период может зависеть только от γ/m и A. Так как γ/m имеет размерность м$^{-2}$с$^{-2}$, то размерность времени имеет только одна комбинация: $T \sim 1/(A\sqrt{\gamma/m})$.

С другой стороны, для гармонических колебаний коэффициент k/m имеет размерность с$^{-2}$, и амплитуда в ответ для периода ($T \sim 1/\sqrt{k/m}$) не входит.

▶ **Энергия гармонических колебаний.** Как мы видели, при малых отклонениях от положения равновесия возвращающая сила имеет вид $F = -kx$ и, следовательно, потенциальную энергию можно представить в виде $E_{\text{пот}} = kx^2/2$. (При исследовании колебаний потенциальную энергию принято отсчитывать от положения равновесия $x = 0$. В положении устойчивого равновесия потенциальная энергия минимальна.) Поэтому полная механическая энергия E системы, совершающей гармонические колебания, имеет вид

$$E = m\frac{v^2}{2} + k\frac{x^2}{2}.$$

Если силы трения пренебрежимо малы, то полная механическая энергия сохраняется. Поэтому полную механическую энергию можно вычислять в любой момент времени. Удобно рассмотреть момент, когда точка проходит положение равновесия ($x = 0$, $v = v_{\max}$), и момент, когда точка находится в крайнем положении ($x = A$, $v = 0$):

$$E = m\frac{v_{\max}^2}{2} = k\frac{A^2}{2},$$

где $v_{\max}$ — максимальная скорость (см. (3)). Потенциальная энергия изменяется со временем по закону $E_{\text{п}} = E\cos^2(\omega t + \varphi_0)$, а кинетическая — по закону $E_{\text{к}} = E\sin^2(\omega t + \varphi_0)$. Полная энергия гармонических колебаний пропорциональна квадрату амплитуды. Трение приводит к уменьшению энергии колебаний, т.е. к постепенному уменьшению их амплитуды.

Энергетический подход можно использовать и для вычисления частоты (периода) малых колебаний физических систем. Здесь действует следующее правило: если механическая энергия зависит от некоторого параметра x по закону

$$E = \frac{\varkappa x^2}{2} + \frac{\mu x'^2}{2},$$

где x' — производная по времени, а $\varkappa$ и μ — некоторые константы, то параметр x будет изменяться по гармоническому закону (1) с частотой $\omega = \sqrt{\varkappa/\mu}$. Действительно, если взять производную по времени от обеих частей этого уравнения, то получим

$$0 = \varkappa x x' + \mu x' x''$$

(производная от полной энергии E равна нулю, так как энергия сохраняется). Сокращая на x', приходим к уравнению гармонических колебаний.

Пример 6. Рассмотрим малые колебания проволоки, согнутой в виде полуокружности радиусом R, которая с помощью тонких спиц подвешена на горизонтальной оси (рис. 69). (Ось проходит через центр окружности перпендикулярно плоскости кольца.) Обозначим за x линейное смещение всех точек проволоки (в том числе ее концов) при небольшом повороте из положения равновесия. Тогда кинетическая энергия проволоки будет равна $mx'^2/2$, где m —

масса проволоки. Для вычисления потенциальной энергии заметим, что вместо поворота всей проволоки можно переместить кусочек длиной x с одного ее конца на другой. Так как масса этого кусочка равна $\Delta m = x(m/l)$, где $l = \pi R$ — длина проволоки, а изменение его высоты равно x, то потенциальная энергия проволоки при смещении на x возрастает на $(m/l)xgx = mgx^2/l$. Получаем

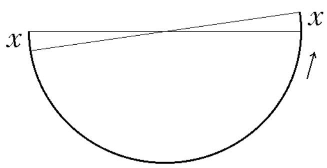

Рис. 69

$$E = \frac{2mg}{\pi R}\frac{x^2}{2} + m\frac{x'^2}{2},$$

т.е. частота колебаний равна $\omega = \sqrt{2g/\pi R}$.

▶ **Вынужденные колебания.** Если к системе, способной совершать *свободные* гармонические колебания с частотой ω_0, приложить внешнюю силу F, изменяющуюся по гармоническому закону $F = F_m \cos\omega t$, то через некоторое время в системе установятся *вынужденные колебания* с частотой вынуждающей силы ω. Амплитуда этих колебаний пропорциональна амплитуде вынуждающей силы F_m и при постоянной амплитуде зависит от частоты вынуждающей силы ω так, как показано на рис. 70. При приближении ω к частоте собственных колебаний ω_0 амплитуда вынужденных колебаний резко возрастает. Это явление называют *резонансом*. Чем меньше трение, тем больше амплитуда резонансных колебаний и тем острее пик на резонансной кривой.

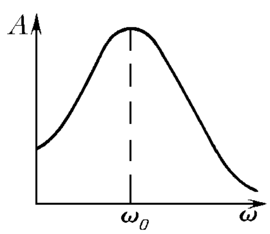

Рис. 70

В каждом цикле установившихся вынужденных колебаний вынуждающая сила совершает положительную работу, равную по величине работе силы трения. При резонансе вынуждающая сила все время направлена вдоль скорости, и поэтому осуществляются самые благоприятные условия для совершения работы. Поэтому при резонансе устанавливается максимальная амплитуда колебаний.

Второй закон Ньютона для вынужденных колебаний имеет вид

$$mx'' = -kx - \alpha x' + F_m \cos\omega t$$

(в правой части стоят возвращающая сила, сила сопротивления воздуха и вынуждающая сила). Установившиеся колебания происходят с частотой ω, поэтому, как при любых гармонических колебаниях, амплитуда скорости равна ωA, а ускорение изменяется по тому же закону, что и перемещение: $x'' = -\omega^2 x$. Рассмотрим три случая. а) Малая частота ($\omega \to 0$). Скорость и ускорение малы (см. (3)), т.е. $x = (F_m/k)\cos\omega t$. Тело медленно смещается вслед за силой, оставаясь все время почти в равновесии. б) Резонанс. Так как $\omega = \omega_0$, то $mx'' = -m\omega_0^2 x = -kx$, т.е. движение происходит как бы под действием только возвращающей силы, а вынуждающая сила уравновешивается силой сопротивления. Значит, амплитуда скорости равна F_m/α, а амплитуда смещения равна $A = F_m/(\omega_0\alpha)$. Чем меньше α, тем больше резонансная амплитуда. в) Большая частота ($\omega \to \infty$). Силой сопротивления и возвращающей силой можно пренебречь, т.е. колебания ускорения происходят с амплитудой F_m/m в фазе с вынуждающей силой, а колебания смещения — с амплитудой $F_m/(m\omega^2)$ в противофазе с вынуждающей силой. При увеличении частоты амплитуда уменьшается.

Явление резонанса можно часто наблюдать в окружающей жизни. Например, раскачивая качели с ребенком, мы толкаем их раз в период в сторону движения. Водители автомашин хорошо знают, что если при движении по бугристой дороге корпус начнет сильно раскачиваться на рессорах, надо изменить скорость — частота «подпрыгиваний» на буграх изменится, и корпус выйдет из резонанса.

Автоколебания — это незатухающие собственные колебания, поддерживающиеся за счет периодической (в каждом цикле) подкачки энергии от какого-либо источника. Примером таких колебаний служат колебания маятника часов. Эти колебания поддерживаются за счет потенциальной энергии, запасенной в гире или в сжатой пружине.

▶ **Волны.** В упругих средах колебания, возникающие в результате внешнего воздействия в одном месте, распространяются от точки к точке. Такие распространяющиеся колебания называют *упругими волнами.* Чтобы проиллюстрировать, почему возникают упругие волны, представим атомы в кристалле твердыми шариками, соединенными между собой пружинами — межмолекулярными силами. Ясно, что если привести один из шариков в движение, то его колебания будут передаваться через пружины к соседним шарикам. Различают *продольные* волны, в которых колебания частиц происходят вдоль линии распространения волны, и *поперечные* волны, в которых частицы колеблются в плоскости, перпендикулярной направлению волны. Скорость распространения упругих волн не зависит от частоты и амплитуды колебаний частиц, хотя скорости распространения продольных и поперечных волн различны.

▶ **Уравнение бегущей волны.** Обозначим смещение частиц упругой среды y, а координату, вдоль которой распространяется волна, — x. Тогда колебания частицы при прохождении волны описываются *уравнением бегущей волны*:

$$y(t) = A\cos[\omega(t - \frac{x}{v})], \tag{8}$$

где A — амплитуда, ω — циклическая частота, t — время, а v — *скорость распространения волны.* Из уравнения видно, что в точку, удаленную от источника колебаний на расстояние x, волна приходит с задержкой x/v. Зафиксировав время $t = \mathrm{const}$, получаем распределение колебаний точек в пространстве, т.е. мгновенный «снимок» волны: $y = A\cos(\varphi - \omega x/v)$. Видно, что при изменении x на величину $\lambda = 2\pi v/\omega$ аргумент косинуса меняется на 2π. Это означает, что при смещении на λ вдоль оси x картина распределений колебаний полностью повторяется. Следовательно, λ является периодом колебаний упругой среды, рассматриваемых как функция координаты x. Величина λ называется *длиной волны*. Она связана с периодом колебаний $T = 2\pi/\omega$ и скоростью v формулой:

$$\lambda = vT. \tag{9}$$

Вопрос. Формулу (9) можно прочесть так: за период фронт волны проходит расстояние, равное длине волны. Имеет ли смысл такое прочтение этой формулы?

Ответ. Да, имеет. Через время $t = T$ данная точка совершит полное колебание и приступит к его повторению, а точка на расстоянии vT, которой как раз достигнет волна, начнет совершать первое колебание. Значит, эти точки будут колебаться в фазе.

Как видно из уравнения бегущей волны (8), чем дальше отстоит точка от источника колебаний, тем больше отстают по фазе колебания в этой точке. *Разность фаз между колебаниями двух точек*, расстояние между которыми Δx, равна

$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{v}\Delta x = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}.$$

▶ **Звук.** В жидкостях и газах могут возникать лишь продольные упругие волны. Такие волны называют *звуковыми*. Скорость звука не зависит от амплитуды колебаний, но различна для разных веществ: *скорость звука* в воздухе вблизи поверхности Земли примерно 330 м/с, в воде — около 1500 м/с.

Человеческое ухо воспринимает звуковые колебания с частотой от 20 Гц до 20 кГц. Колебания с частотой меньше 20 Гц называют *инфразвуком*, а с частотой более 20 кГц — *ультразвуком*. Увеличение частоты звуковых колебаний в слышимом диапазоне частот воспринимается человеком как увеличение *высоты тона*. Увеличение амплитуды звуковых колебаний воспринимается человеком как повышение *громкости звука*.

Ультразвуковые волны, в отличие от звуковых, хорошо распространяются в воде. Поэтому отраженный ультразвук используют для обследования дна водоемов (эхолокация), а также для исследования внутренних органов человека. Некоторые животные (дельфины, летучие мыши) используют ультразвук для общения с сородичами и для ориентировки (ультразвуковая локация).

§ 2. Электромагнитные колебания и волны

▶ **Колебательный контур.** Рассмотрим *колебательный контур*, состоящий из конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L с пренебрежимо малым сопротивлением обмотки и соединяющих проводов (рис. 71). Выберем направление положительного обхода контура и условимся заряд на нижней пластине обозначать q, а на верхней $-q$. В этом случае ток в цепи и заряд на конденсаторе будут в каждый момент времени связаны соотношением $I(t) = q'(t)$, а разность потенциалов U между точками B и A (напряжение на конденсаторе) будет выражаться через заряд конденсатора: $U = \varphi_B - \varphi_A = q(t)/C$. В катушке возникает ЭДС самоиндукции, равная $\mathscr{E}(t) = -LI'(t)$. Так как сопротивление катушки равно нулю, то электростатические и сторонние силы внутри катушки компенсируют друг друга (см. Замечание на стр. 0), т.е. $\varphi_A - \varphi_B = -\mathscr{E}$. Получаем $\mathscr{E} = \varphi_B - \varphi_A$, или

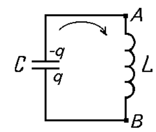

Рис. 71

$$Lq''(t) = -\frac{1}{C}q(t). \tag{10}$$

Заметим, что это уравнение точно такое же, как и уравнение колебаний груза на пружине (6), но в нем координате $x(t)$ соответствует заряд конденсатора $q(t)$, массе m — индуктивность катушки L, а жесткости k пружины — величина, обратная емкости конденсатора, $1/C$. Из аналогии между уравнением колебательного контура и уравнением колебаний груза на пружине следует, что решение уравнения (10) имеет вид гармонических колебаний $q(t) = q_m \cos\omega t$, где амплитуда колебаний q_m представляет собой максимальный заряд конденсатора. (За начало отсчета времени принят момент начала разрядки конденсатора.) Из аналогии между уравнениями (6) и (10) также следует, что *период собственных колебаний контура* T равен

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

(*формула Томсона*).

▶ **Энергия контура.** *Энергия колебательного контура* W складывается из энергии электрического поля в конденсаторе и энергии магнитного поля в катушке:

$$W = \frac{CU^2(t)}{2} + \frac{LI^2(t)}{2}.$$

Поскольку сопротивление проводов пренебрежимо мало, энергия колебательного контура E сохраняется. Напряжение пропорционально заряду конденсатора, поэтому $U(t) = U_m \cos\omega t$, где $U_m = q_m/C$ — максимальное напряжение. Ток $I(t) = q'(t)$, поэтому $I(t) = -\omega q_m \sin\omega t$, Видно, что максимальному напряжению U_m соответствует нулевой ток, а максимальному току $I_m = \omega q_m$ — нулевые напряжение и заряд конденсатора. Поэтому

$$W = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}.$$

▶ **Вынужденные электрические колебания.** *Вынужденные колебания* в электрической цепи возникают в том случае, если в цепи действует периодическая ЭДС. Переменная ЭДС создается *генератором переменного тока*, действие которого основано на явлении электромагнитной индукции. При вращении рамки из нескольких витков в постоянном магнитном поле $\vec{B}$ поток через рамку меняется по закону

$$\Phi(t) = NBS\cos\alpha = NBS\cos\omega t,$$

где S — площадь рамки, N — число витков (рис. 72); угол α между нормалью к рамке и вектором индукции $\vec{B}$ при равномерном вращении меняется по закону $\alpha = \omega t$. По закону электромагнитной индукции

$$\mathscr{E} = -\Phi'(t) = \omega NBS\sin\omega t,$$

т.е. ЭДС меняется по гармоническому закону с амплитудой $\mathscr{E}_m = \omega NBS = \omega\Phi_m$. В реальной конструкции генератора оказывается более удобным вращать постоянный магнит или катушку с током, а индуцируемый переменный ток (он может быть большим) снимать с неподвижных катушек.

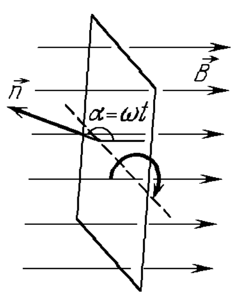

Рис. 72

Если генератор переменного тока создает на участке цепи напряжение $u(t) = U_m\cos\omega t$, то в общем случае сила тока меняется по закону

$$i(t) = I_m\cos(\omega t + \varphi),$$

где φ — сдвиг фаз между током и напряжением.

▶ **Активное сопротивление в цепи переменного тока.** Рассмотрим участок цепи, состоящий только из *активного* сопротивления R (его называют активным, потому что вся работа внешней цепи выделяется на нем в виде тепла). По закону Ома $i(t) = u(t)/R$, т.е. $I_m = U_m/R$, и колебания тока совпадают по фазе с колебаниями напряжения ($\varphi = 0$). Мгновенная *мощность*, поглощаемая участком цепи, равна

$$P(t) = i^2R = I_m^2R\cos^2(\omega t) = \frac{I_m^2R}{2}(1+\cos 2\omega t).$$

Средняя (за период или несколько периодов) мощность составляет

$$P_{\text{ср}} = (i^2)_{\text{ср}}R = \frac{I_m^2}{2}R,$$

так как среднее значение $\cos(2\omega t)$ за период равно нулю. *Действующим значением переменного тока* называют такой постоянный ток, тепловая мощность которого на активном сопротивлении равна средней тепловой мощности переменного тока:

$$I_{\text{д}} = \sqrt{(i^2)_{\text{ср}}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Соответственно, *действующее значение напряжения* равно $U_m/\sqrt{2}$. Получаем

$$P_{\text{ср}} = I_{\text{д}}^2 R = U_{\text{д}}^2/R = I_{\text{д}} U_{\text{д}}. \tag{11}$$

▶ **Мощность переменного тока.** В общем случае, когда $\varphi \neq 0$, потребляемая мощность равна

$$P = iu = \frac{I_m U_m}{2}[\cos\varphi + \cos(2\omega t + \varphi)],$$

т.е. в течение одной части периода участок получает энергию, а в течение другой части — отдает. *Средняя мощность* равна

$$P_{\text{ср}} = \frac{I_m U_m}{2}\cos\varphi = I_{\text{д}} U_{\text{д}} \cos\varphi.$$

▶ **Емкость в цепи переменного тока.** В этом случае $q(t) = Cu(t) = CU_m \cos\omega t$, т.е.

$$i = q' = -\omega C U_m \sin\omega t = I_m \cos(\omega t + \pi/2),$$

т.е. колебания силы тока опережают по фазе колебания напряжения на $\pi/2$ ($\varphi = \pi/2$). Амплитуда силы тока пропорциональна амплитуде напряжения: $I_m = \omega C U_m$, поэтому величину $X_C = 1/\omega C$ называют *емкостным сопротивлением.*

▶ **Индуктивность в цепи переменного тока.** Пусть $i = I_m \cos\omega t$. Тогда

$$u = -\mathscr{E} = Li' = \omega L I_m \cos(\omega t + \pi/2),$$

т.е. колебания силы тока отстают по фазе от колебаний напряжения ($\varphi = -\pi/2$). Амплитуды силы тока и напряжения связаны соотношением $U_m = \omega L I_m$. Величину $X_L = \omega L$ называют *индуктивным сопротивлением.* Как для емкости, так и для индуктивности средняя мощность на участке цепи равна нулю ($\varphi = \pm\pi/2$). В течение части периода энергия запасается в виде энергии электрического или магнитного поля, а затем полностью отдается обратно.

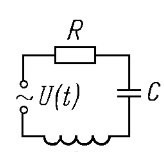

Рис. 73

▶ **Резонанс в электрической цепи.** Рассмотрим цепь, состоящую из последовательно соединенных сопротивления, емкости и индуктивности (рис. 73). Сдвиг фаз и амплитуда колебаний силы тока зависят от частоты ω, причем зависимость носит резонансный характер (рис. 70). Максимум резонансной кривой соответствует собственной частоте колебательного контура ($\omega_р = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$). При этой частоте $X_C = X_L$, т.е. колебания напряжения на индуктивности и емкости имеют одинаковую амплитуду, но происходят в противофазе. Это значит, что напряжение на всем участке равно напряжению на активном сопротивлении, т.е. полное сопротивление участка становится чисто активным ($\varphi = 0$).

▶ **Трансформаторы.** Переменный ток удобен тем, что он позволяет производить преобразования амплитуды тока и напряжения с малыми потерями энергии. Для этой цели используются *трансформаторы*, действие которых основано на явлении электромагнитной индукции. Трансформатор состоит из первичной обмотки (N_1 витков) и вторичной обмотки (N_2 витков), намотанных на замкнутый железный сердечник (рис. 74). Сердечник концентрирует линии индукции магнитного поля, т.е. все витки пронизываются одним и тем же магнитным потоком. Значит, отношение ЭДС, создаваемых в обмотках, равно отношению числа витков:

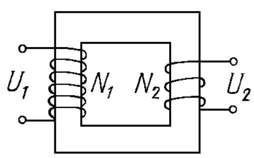

Рис. 74

$$\frac{\mathscr{E}_1}{\mathscr{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

При холостом режиме работы трансформатора вторичная обмотка разомкнута, т.е. $i_2 = 0$, и $U_2 = \mathscr{E}_2$, потому что электростатическое поле должно компенсировать действие сторонних сил. Такое же соотношение ($U_1 = \mathscr{E}_1$) можно записать и для первичной обмотки, но только в том случае, если ее активное сопротивление пренебрежимо мало. Получаем, что амплитуды напряжений в обмотках связаны соотношением:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = K,$$

где K — *коэффициент трансформации.* Если $K < 1$, то трансформатор называют повышающим, если $K > 1$ — понижающим. Если ко вторичной обмотке подсоединена нагрузка (рабочий режим), то происходит передача энергии. Для трансформатора с идеальными обмотками $P_1 = I_1U_1$, $P_2 = I_2U_2$, т.е. при отсутствии потерь энергии $I_1U_1 = I_2U_2$ откуда следует, что при увеличении напряжения во столько же раз уменьшается сила тока. Если трансформатор не идеальный, то его КПД равен $\eta = (U_2I_2)/(U_1I_1)$.

Преобразование амплитуд тока и напряжения необходимо для *передачи электрической энергии* по проводам с минимальными потерями. Потери энергии на проводах определяются законом Джоуля—Ленца: $P = I_д^2 R$ (см. (11)), поэтому после генератора ставят повышающий трансформатор, увеличивающий амплитуду напряжения и уменьшающий амплитуду силы тока. От генератора к потребителю идет высоковольтная линия, в конце которой стоит понижающий трансформатор, преобразующий амплитуду напряжения до требуемого потребителю значения.

▶ **Электромагнитные волны.** Электромагнитная энергия может распространяться не только по проводам, но и в пустом пространстве, в виде *электромагнитной волны*. Существование электромагнитных волн было предсказано Максвеллом на основе открытых им уравнений электромагнитного поля. При выводе уравнений Максвелл сделал предположение, симметричное закону электромагнитной индукции: не только переменное магнитное поле порождает *вихревое электрическое поле*, но и переменное электрическое поле порождает вихревое магнитное поле, т.е. действует как ток (Максвелл использовал термин «ток смещения»). Порождая друг друга, магнитное и электрическое поля захватывают все новые области пространства, распространяясь в виде электромагнитной волны.

Свойства электромагнитных волн.

1. Электромагнитная волна в вакууме распространяется со скоростью света c, независимо от частоты колебаний.

2. Электромагнитная волна *поперечна*. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны к направлению распространения волны и друг к другу.

3. Амплитуды колебаний $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в волне связаны соотношением $E = cB$. Поэтому сила, действующая на заряженную частицу со стороны электрического поля, в c/v раз больше, чем со стороны магнитного поля (v — скорость частицы). Определяя *плоскость поляризации волны*, указывают плоскость колебаний вектора $\vec{E}$.

▶ **Излучение электромагнитных волн.** Электромагнитные волны были экспериментально обнаружены и исследованы Герцем. Для излучения волн Герц использовал *вибратор*, который, как и колебательный контур, обладает емкостью и индуктивностью, но заряды в нем движутся вдоль одной прямой (*открытый колебательный контур*).

Свойства процесса излучения.

1. Равномерно движущийся заряд волн не излучает.

2. *Мощность излучения волн* зарядом, движущимся с ускорением, пропорциональна квадрату ускорения.

3. При излучении волн колебательной системой (вибратор, антенна) мощность излучения пропорциональна четвертой степени

частоты (так как ускорение пропорционально квадрату частоты — см. (3)).

▶ **Радиосвязь.** *Радиосвязью* называется передача информации без проводов, с помощью электромагнитных волн. Для осуществления радиосвязи необходимо иметь излучатель достаточно высокой частоты (иначе мощность излучения будет мала), антенну и приемник. Приходящая волна вызывает в антенне слабые колебания высокой частоты, которые поступают на приемник и управляют происходящими там процессами.

Радиосвязь была впервые осуществлена Поповым в 1895 г. В качестве *приемника* он использовал прибор под названием *когерер*. Цепь прибора содержала ванночку с металлическими опилками, в которую были опущены два электрода. Вызванные волной высокочастотные колебания приводили к свариванию опилок, их сопротивление резко падало, что приводило к замыканию цепи. В цепь был включен звонок с молоточком; молоточек ударял то по звонку, то по когереру, встряхивая опилки и приводя прибор в исходное состояние. По окончании приема волн звонок умолкал, а прибор был снова готов к работе.

Для записи, передачи и воспроизведения звуковых колебаний (*радиотелефонная связь*) используют *модуляцию* колебаний высокой частоты (ее называют несущей) низкой (звуковой) частотой. (Непосредственно излучать электромагнитные волны звуковой частоты не удается — слишком мала мощность излучения.) Поступая на приемник, модулированный сигнал вызывает колебания большой амплитуды в колебательном контуре, настроенном на несущую частоту (т.е. его собственная частота равна частоте той волны, которую хотят усилить). Амплитуда колебаний в контуре оказывается также модулированной. Чтобы «очистить» сигнал от несущей частоты, его сначала выпрямляют (детектируют) с помощью диода, а потом сглаживают с помощью фильтра. Выделенный таким образом сигнал усиливается и поступает на динамик, вызывая звуковые колебания мембраны.